

Universelle kritische Phänomene unter Mikrogravitation

Test der Renormierungsgruppentheorie

Kritische Phänomene treten in vielfältiger Form in allen Bereichen der Physik der kondensierten Materie auf. So hat jede Substanz einen flüssigen und gasförmigen Aggregatzustand mit einer kritischen Temperatur T_c , oberhalb derer diese Aggregatzustände nicht mehr unterscheidbar sind. Nahe bei T_c weisen thermodynamische Größen eine singuläre Temperaturabhängigkeit proportional zu $(T-T_c)^{-x}$ mit „kritischen Exponenten“ x auf. Weitere bekannte Beispiele für kritische Temperaturen sind die Curie-Temperatur T_c eines Ferromagneten, die Néel-Temperatur T_N von Antiferromagneten, die Übergangstemperatur T_c von Supraleitern (siehe den Beitrag von W. Metzner) oder die kritische Linie $T_\lambda(P)$ (λ -Linie) von flüssigem ^4He , unterhalb derer ^4He superfluid wird (Bild 1). Analogien zu kritischen Temperaturen können auch im stationären Nichtgleichgewicht auftreten, zum Beispiel beim Laser an der Laserschwelle oder bei der Benard-Instabilität in der Hydrodynamik.

Universalität und Skalenverhalten

Trotz dieser Vielfalt zeichnen sich kritische Phänomene durch substanzunabhängige Gemeinsamkeiten aus: durch Universalität und Skalenverhalten. Das singuläre Verhalten thermodynamischer Größen bei T_c wird durch nur wenige universelle Naturkonstanten (kritische Exponenten und Amplitudenverhältnisse) charakterisiert, die von der mikroskopischen Wechselwirkung unabhängig sind. Das Skalenverhalten impliziert eine erhebliche Vereinfachung in der Beschreibung kritischer Phänomene, beispielsweise die Reduktion von sieben kritischen Exponenten ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \nu, \zeta$) auf nur zwei unabhängige Exponenten oder die Reduktion der thermodynamischen Zustandsgleichung von zwei Variablen auf nur eine (kombinierte) Variable. Die Erklärung dieser Universalität und des Skalenverhaltens durch die so genannte Renormierungsgruppentheorie gehört zu den wichtigsten Erfolgen der Theoretischen Physik der letzten Jahrzehnte (Kenneth G. Wilson, Nobelpreis 1982).

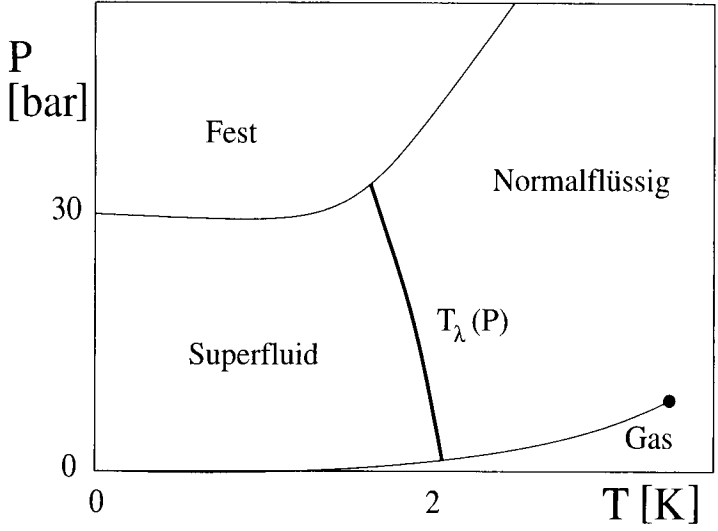


Bild 1: Temperatur-Phasendiagramm von ^4He mit der λ -Linie von kritischen Temperaturen $T_\lambda(P)$ (schematisch).

Die Bedeutung und Anwendung der Konzepte dieser Theorie reicht weit in die Physik der Elementarteilchenphysik hinein; sie ermöglicht eine systematische Behandlung von Phänomenen, bei denen effektive Wechselwirkungen auf vielen verschiedenen Längenskalen wichtig sind. Dies gilt nicht nur für ideale unendlich große Systeme, sondern auch für reale begrenzte Systeme mit Oberflächeneffekten. Daraus ergibt sich, dass einerseits eine möglichst genaue theoretische Berechnung der universellen Eigenschaften und andererseits eine möglichst präzise experimentelle Überprüfung der vor-

hergesagten Universalität und des Skalenverhaltens in realen Systemen von großem Interesse ist. Diese Überprüfung kann durch numerische Simulationen von Modellsystemen unterstützt werden (siehe den Beitrag von W. Selke).

Test der Universalität am superfluiden Phasenübergang

Eine ideale Testmöglichkeit bietet der superfluide Phasenübergang von ^4He . Hier existiert nicht nur ein einzelner kritischer Punkt bei einem bestimmten kritischen Druck, sondern ein ganzes Kontinuum von kritischen Temperaturen $T_\lambda(P)$ (λ -Linie) in einem großen Druckbereich (Bild 1).

Damit kann ein einfacher Test der Universalität dadurch erfolgen, dass das kritische Verhalten thermodynamischer Größen bei verschiedenen Drücken P entlang der λ -Linie gemessen wird. Der Nachweis der Universalität besteht dann in dem Nachweis der Druckunabhängigkeit der kritischen Exponenten, der Amplitudenverhältnisse sowie der Skalenrelationen.

Aus verschiedenen Gründen lassen sich – bereits unter Normalbedingungen auf der Erde – an der λ -Linie von ^4He kritische Phänomene mit einer um etwa drei Größenordnungen besseren Temperaturauflösung als in anderen Systemen (Festkörpern, gewöhnlichen Flüssigkeiten) bestimmen. Die Begrenzung der Genauigkeit wird nur noch durch die Gravitation auf der Erde bedingt, die zu einem inhomogenen Dichteprofil und somit zu einem inhomogenen Temperaturabstand von der kritischen Temperatur $T_\lambda(P)$ führt. Dies hat eine (unerwünschte) Abrundung der kritischen Singularitäten zur Folge, zum Beispiel für die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität (Bild 2). Um den störenden Einfluss der Gravitation zu

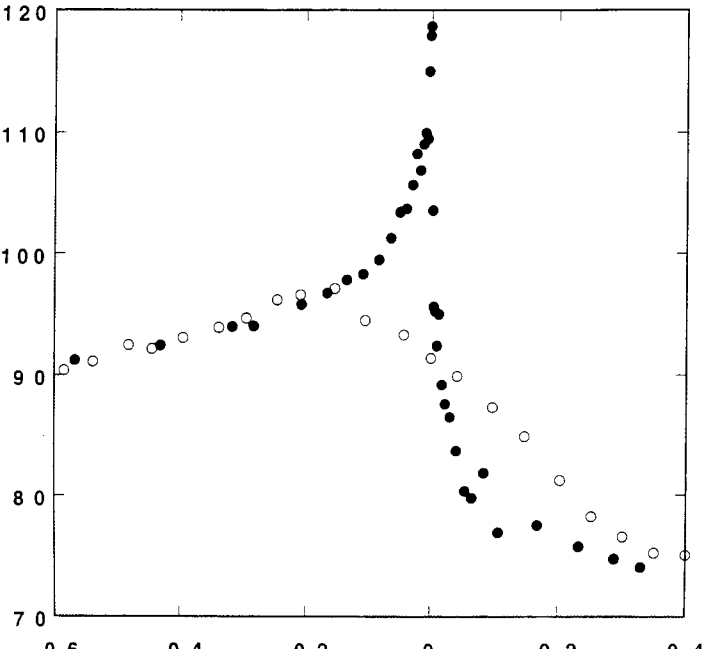
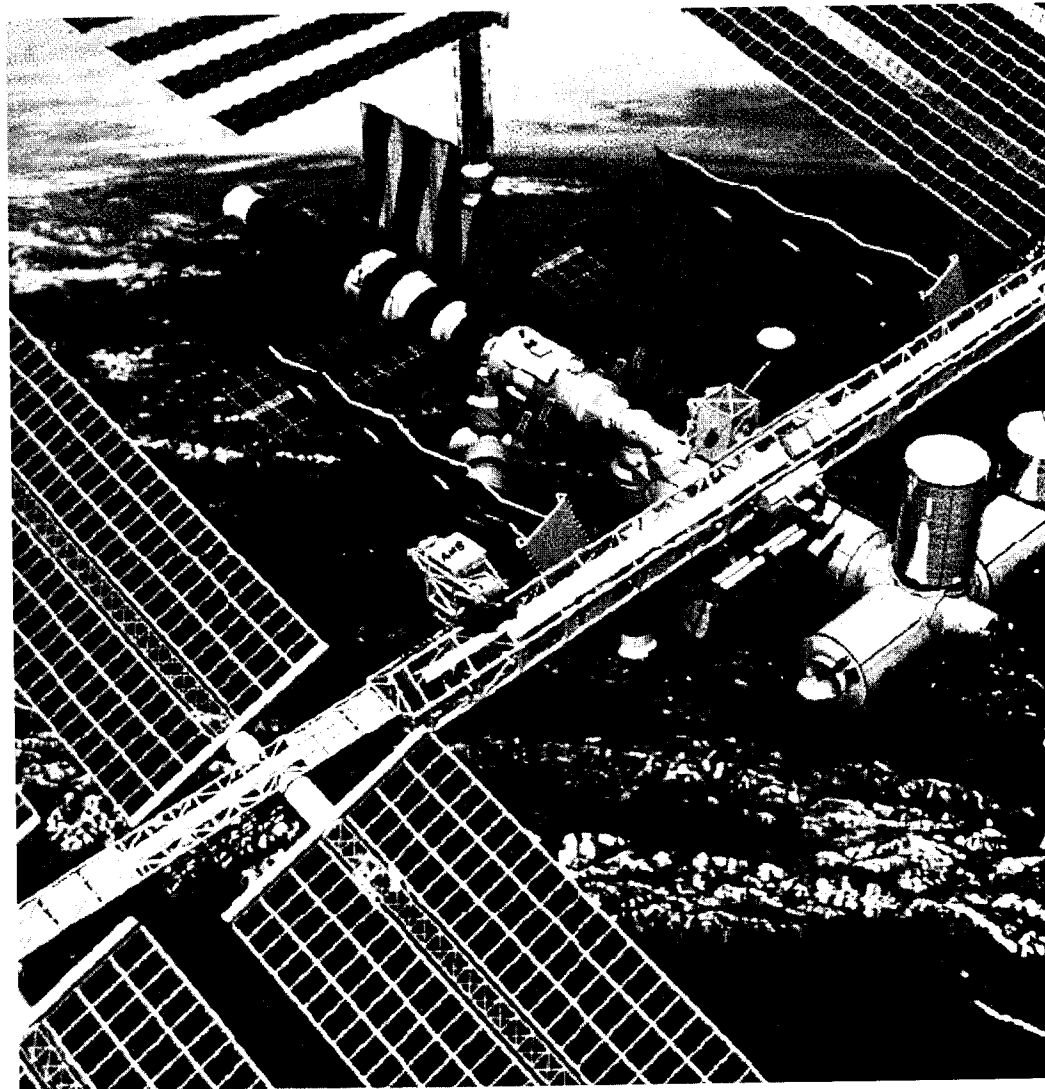


Bild 2: Experimentelle Daten für die spezifische Wärme von ^4He als Funktion von $T-T_\lambda$ in der Nähe von T_λ unter Mikrogravitationsbedingungen (volle Kreise) [Ref. 3] und auf der Erde (offene Kreise). Temperaturskala in Einheiten von Mikrokkelvin, vertikale Skala in Einheiten von $\text{Joule / Mol Kельvin}$.

Bild 3: Internationale Raumstation.



vermeiden, sind für einen Präzisionstest Mikrogravitationsbedingungen (das heißt Reduktion der Schwerebeschleunigung g auf $10^{-6} g$) eine notwendige Voraussetzung. Dies erlaubt dann eine weitere Steigerung der Präzision der Temperaturauflösung bis zu $T - T_\lambda \approx 10^{-10} K$. Diese Weltraumexperimente sollen auf der Internationalen Raumstation (Bild 3) durchgeführt werden. Sie sind ein wichtiger Teil des Forschungsprogramms der NASA innerhalb der neu gegründeten Disziplin „Fundamental Physics“ unter Mikrogravitationsbedingungen. An den theoretischen Vorhersagen zu diesen Experimenten ist das Institut für Theoretische Physik B der RWTH Aachen wesentlich beteiligt [1]. Dazu sollen drei Beispiele vorgestellt werden:

18

Wärmekapazität

Zunächst soll die sehr genau messbare Wärmekapazität C von flüssigem ^4He betrachtet werden. Für normalflüssiges und gasförmiges ^4He hat C eine harmlose Temperaturabhängigkeit wie andere Flüssigkeiten und Gase. In der Nähe der Übergangstemperatur $T_\lambda(P) \approx 2K (-271^\circ\text{C})$ jedoch weist die Wärmekapazität eine singuläre Temperaturabhängigkeit der Form

$$C = A^+ |T - T_\lambda|^{-\alpha} + B \text{ für } T \geq T_\lambda$$

und

$$C = A^- |T - T_\lambda|^{-\alpha} + B \text{ für } T \leq T_\lambda$$

auf. Experimente zeigen, dass die Größen B und A^\pm vom Druck P abhängen und dass sich A^+ und A^- geringfügig unterscheiden. Von grundlegendem Interesse ist

die Vorhersage der Renormierungsgruppentheorie, dass sowohl der „kritische Exponent“ α als auch das Amplitudenverhältnis A^+/A^- : universelle Konstanten sind, die nicht von der Stärke der Wechselwirkung zwischen den ^4He -Atomen abhängen. Mit zunehmendem Druck P ändert sich der mittlere atomare Abstand zwischen den ^4He -Atomen und somit auch die Stärke der Wechselwirkung. Eine Konsequenz der Universalität ist also, dass sich α und A^+/A^- bei zunehmendem Druck P nicht ändern dürfen. Über diese allgemeine Aussage hinaus liefert die Theorie recht genaue Vorhersagen über die Zahlenwerte, nämlich

$$\alpha = -0.011 \pm 0.004, \\ A^+/A^- = 1.048 \pm 0.003.$$

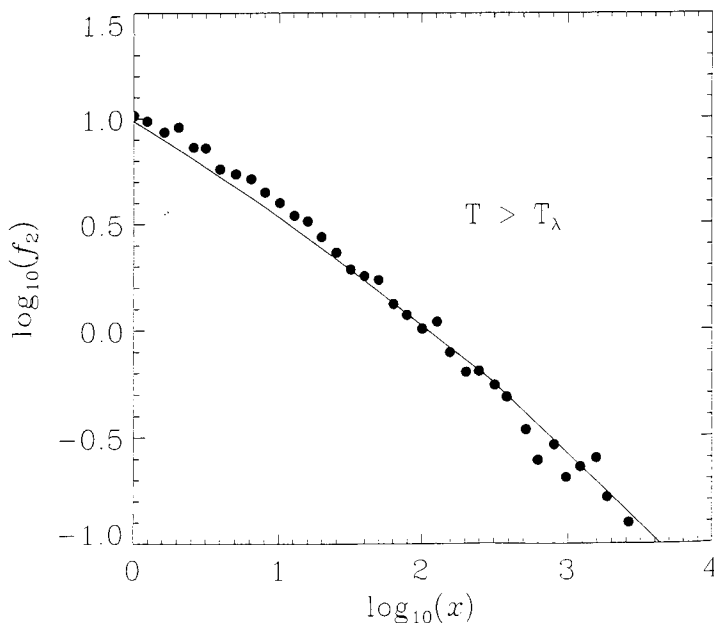
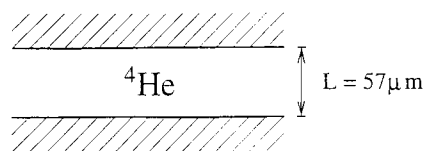
Der letztere Wert wurde kürzlich in einer Dissertation am Institut für Theoretische Physik berechnet. Diese theoretischen Vorhersagen sind in guter Übereinstimmung mit den derzeitigen experimentellen Werten [3]

$$\alpha^{\text{exp}} = -0.01056 \pm 0.0001, \\ (A^+/A^-)^{\text{exp}} = 1.0441 \pm 0.0011$$

die in einem Weltraumexperiment während einer Shuttle Mission der NASA gemessen wurden. Diese Messungen beschränkten sich aber auf den niedrigsten Druck P (am unendlichen Ende der λ -Linie). Noch offen ist die Frage der Gültigkeit der Universalität. Dies erfordert neue Messungen bei verschiedenen Drücken P bis hinauf zum anderen Ende der λ -Linie.

Bild 4: Vergleich zwischen Theorie [Refs. 4, 5] und experimentellen Daten [Ref. 3] für die Skalenfunktion $f(x)$ der spezifischen Wärme von ^4He in Plattengeometrie als Funktion von $x = t L^{1/\nu}$ mit Plattenabstand $L = 57 \mu\text{m}$ und reduzierter Temperatur $t = (T - T_\lambda) / T_\lambda$.

Plattengeometrie



Superfluide Dichte

Als weiteres Beispiel soll die ebenfalls genau messbare „superfluide Dichte“ ρ_s im superfluiden Zustand von ^4He unterhalb von T_λ betrachtet werden. In der Nähe von T_λ tritt wiederum eine singuläre Temperaturabhängigkeit der Form

$$\rho_s = A_p |T - T_\lambda|^\nu$$

mit dem kritischen Exponenten ν und der Amplitude A_p auf. Die Renormierungsgruppentheorie sagt die Universalität von ν und des Amplitudenverhältnisses $A_p / (A^-)^{1/\nu}$ vorher. Der bisher genaueste Zahlenwert von $A_p / (A^-)^{1/\nu}$ wurde wieder am RWTH-Institut berechnet [2].

Darüber hinaus wird ein exakter Zusammenhang („Skalenrelation“) zwischen den kritischen Exponenten α und ν vorhergesagt:

$$2 - \alpha = 3\nu.$$

Diese Vorhersagen sollen mit hoher Präzision auf der Internationalen Raumstation getestet werden.

Skalenverhalten in endlichen Systemen

Eine weitere fundamentale Vorhersage früherer Renormierungsgruppenrechnungen bezieht sich auf den Einfluss von Systembegrenzungen auf kritische Phänomene (zum Beispiel in superfluidem Helium zwischen zwei Platten, Bild 4). Die Vorhersage ist, dass zum Beispiel die Wärmekapazität $C(t, L)$ in charakteristischer Weise von der System-

größe L (Plattenabstand) und dem Temperaturabstand $t = T - T_\lambda$ abhängt, nämlich in Form einer homogenen Funktion zweier Variabler L und t . Beispielsweise wird für die Wärmekapazität die „Skalenform“

$$C(t, \infty) - C(t, L) = L^{a/\nu} f(tL^{1/\nu})$$

erwartet, wobei $f(x)$ eine universelle Funktion nur noch einer Variablen $x = tL^{1/\nu}$ ist. Darüber hinaus ist es möglich, die Form der Funktion $f(x)$ quantitativ zu berechnen. In einer NASA-Shuttle-Mission wurden 1997 die bisher genauesten Experimente zum Test obiger Vorhersage gemacht. Für $T > T_\lambda$ sind die experimentellen Daten in guter Übereinstimmung mit der Renormierungsgruppentheorie [4, 5] (Bild 4), wohingegen für $T < T_\lambda$ erhebliche Abweichungen zwischen Daten und der theoretischen

Skalenstruktur gefunden wurden. Noch wesentlich stärkere Diskrepanzen gibt es hinsichtlich der superfluiden Dichte $\rho_s(t, L)$. Somit ist unklar, ob das in vielen Modellstudien angenommene Skalenverhalten tatsächlich auch in realen begrenzten Systemen gültig ist.

Ausblick

Überraschenderweise konnte vor kurzem nachgewiesen werden [6], dass das Skalenverhalten für endliche Systeme nicht allgemein aus der Renormierungsgruppentheorie hergeleitet werden kann. Insbesondere ist der Einfluss von kritischen Oberflächeneffekten auf das Skalenverhalten begrenzter realer Systeme ein noch weitgehend unerforschtes Gebiet. Weitere Informationen über die Wärmekapazität in begrenzter Geometrie sollen durch neue Weltraumexperimente gewon-

nen werden. Parallel dazu werden am Aachener Institut im Rahmen von Diplom- und Doktorarbeiten analytische Untersuchungen zum Themenbereich kombinierter Oberflächen- und Begrenzungseffekte in der Nähe von kritischen Punkten durchgeführt und mit numerischen Simulationen verglichen. Dies erstreckt sich nicht nur auf statische (zeitunabhängige) Phänomene, sondern auch auf Transportprozesse, wie zum Beispiel kritische Wärmeleitung. Diese Untersuchungen werden von der NASA und dem DLR gefördert.

Autor:

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. Volker Dohm ist Inhaber des Lehrstuhls für Theoretische Physik B.

Literatur:

- [1] Dohm, Volker: Forschung unter Weltraumbedingungen, DLRBilanzsymposium, Norderney, 1998, herausgegeben von M. H. Keller, P. R. Sahn, WPF RWTH Aachen (2000).
- [2] Strösser, M.: Dissertation, RWTH Aachen (2000).
- [3] Lipa, J. A.: Phys. Rev. Lett. 76, 944 (1996); 84, 4894 (2000).
- [4] Dohm, Volker: Physika Scripta, T 49, 46 (1993).
- [5] Mohr, U.: Dissertation, RWTH Aachen (2000).
- [6] Chen, X. S.; Dohm, V.: Eur. Phys. J. B 10, 687 (1999); B 15, 2383 (2000).