

Kritische Dynamik am λ -Übergang in Helium

Von Volker Dohm, Jülich, und Reinhard Folk, Linz*)

Der Phasenübergang vom normalflüssigen in den superfluiden Zustand in Helium-4 eignet sich besonders gut zum Test der modernen Theorie der kritischen Dynamik. Vor kurzem konnten langjährige qualitative Diskrepanzen zwischen früheren Theorien und dynamischen Messungen mit Hilfe der feldtheoretischen Renormierungsgruppentheorie aufgeklärt werden.

Kritische Phänomene und Potenzgesetze

Phasenumwandlungen werden in vielen Bereichen der Physik beobachtet. Bekannte Beispiele sind die Übergänge eines Stoffes in den festen, flüssigen oder gasförmigen Aggregatzustand bei Druck- und Temperaturänderung. Von besonderem Interesse sind solche Phasenübergänge, bei denen der Übergang bei einer kritischen Temperatur T_c kontinuierlich erfolgt, wie etwa der Übergang eines Ferromagneten in den magnetischen Zustand bei der Curie-Temperatur oder der Übergang von ^4He in den superfluiden Zustand bei T_λ . Unterhalb der kritischen Temperatur setzt spontan eine langreichweitige Ordnung ein, die durch einen kontinuierlich anwachsenden Ordnungsparameter charakterisiert werden kann (im Falle des Ferromagneten durch die Magnetisierung). Bei ^4He ist der Ordnungsparameter die komplexe Wellenfunktion ψ , die den makroskopisch besetzten Grundzustand bei der Bosekondensation unterhalb von T_λ beschreibt.

Ein gemeinsames Charakteristikum kritischer Phänomene ist das Auftreten langreichweitig korrelierter und langlebiger Fluktuationen des Ordnungsparameters in der Nähe des kritischen Punktes. Der Phasenübergang kündigt sich kurz oberhalb von T_c durch lokal geordnete Bereiche vom Durchmesser einer Korrelationslänge ξ und einer Lebenszeit τ an, die bei Annäherung an T_c divergieren. Die Divergenzen lassen sich durch Potenzgesetze beschreiben, z. B. durch

$$\xi \sim t^{-\nu} \quad \text{und} \quad \tau \sim t^{-\nu z}$$

mit dem relativen Temperaturabstand $t = (T - T_c)/T_c$ und kritischen Exponenten ν und z . Dies hat sowohl für statische Größen (wie spezifische Wärme oder Sus-

zeptibilität) als auch für dynamische Größen (beispielsweise Transportkoeffizienten) eine singuläre Temperaturabhängigkeit zur Folge, die sich ebenfalls in Form von Potenzgesetzen beschreiben läßt. So sagte die phänomenologische Skalentheorie [1] ein divergentes Verhalten der Wärmeleitfähigkeit λ von ^4He gemäß dem Potenzgesetz

$$\lambda \sim A R_\lambda t^{\nu(z-2)} \quad (1)$$

für $T \rightarrow T_\lambda$ voraus, wobei A eine aus der Statistik bekannte Amplitude, R_λ eine dimensionslose Zahl und $t = (T - T_\lambda)/T_\lambda$ ist. Dieses Potenzgesetz mit den kritischen Exponenten $\nu = 2/3$ und $z = 3/2$ [1] wurde auch in der Renormierungsgruppentheorie [2] gefunden.

Universalität

Die makroskopische Reichweite der Korrelationen in der Nähe von T_c hat zur Folge, daß die Details der mikroskopischen Materialeigenschaften für das kritische Verhalten unwichtig werden. Dies ist die Ursache für die *Universalität* kritischer Phänomene, d. h. beispielsweise für die Unabhängigkeit der kritischen Exponenten und der dimensionslosen Amplitudenanteile (wie R_λ in (1)) von Art und Stärke der mikroskopischen Wechselwirkung. Vielmehr hängen die statischen kritischen

Eigenschaften eines dreidimensionalen Systems i. a. lediglich von der Zahl der Komponenten des Ordnungsparameters ab. Für die Dynamik kommt es ferner darauf an, ob der Ordnungsparameter an hydrodynamische Erhaltungsgrößen koppelt. Im Falle von ^4He ist eine solche Erhaltungsgröße die Entropiedichte m . Da die komplexe Wellenfunktion ψ aus zwei unabhängigen Anteilen (Real- und Imaginärteil) besteht, fällt die kritische Dynamik von ^4He in die Universalitätsklasse von Systemen, deren (nichterhaltener) Ordnungsparameter zweikomponentig ist und an eine skalare Erhaltungsgröße (m) koppelt. Zur selben Klasse gehören auch Antiferromagnete mit einer planaren (d. h. zweikomponentigen) Untergittermagnetisierung. Alle diese Systeme sollten dasselbe universelle Potenzverhalten aufweisen, das insbesondere von sekundären Parametern wie dem Druck unabhängig sein muß.

Gelten die universellen Potenzgesetze?

Das universelle Potenzverhalten (1) ist eine *asymptotische Eigenschaft*, die ein System nur in der unmittelbaren Umgebung von T_c aufweist. In größerem Abstand von T_c , wo das kritische Verhalten allmählich in das nichtkritische, schwach temperaturabhängige Hintergrundverhalten übergeht (etwa ab $|t| \geq 10^{-1}$), sind



* Priv.-Doz. Dr. Volker Dohm, Institut für Festkörperforschung der Kernforschungsanlage Jülich, Postfach 1913, D-5170 Jülich 1. – Dr. Reinhard Folk, Institut für Theoretische Physik, Universität Linz, A-4040 Linz-Auhof, Österreich. Vortrag anlässlich der Entgegennahme des Walter-Schottky-Preises auf der 46. Physikertagung in Münster am 31. März.

Die Walter-Schottky-Preisträger 1982: Reinhard Folk (links) und Volker Dohm (rechts).

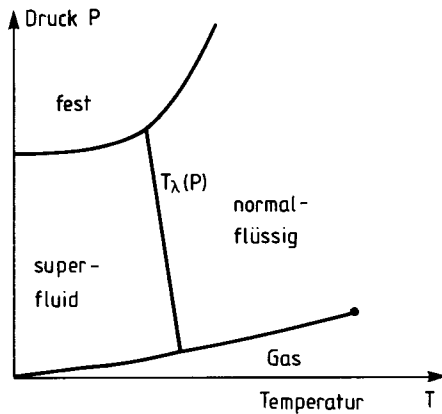


Bild 1: Phasendiagramm von ⁴He.

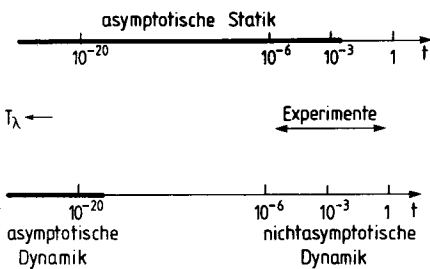


Bild 2: Logarithmische Skala für den relativen Abstand $t = (T - T_\lambda) / T_\lambda$ von der kritischen Temperatur T_λ . Die obere Skala bezieht sich auf zeitunabhängige (statische) kritische Phänomene in ⁴He, die untere Skala auf dynamische kritische Phänomene. Der Gültigkeitsbereich für das universelle, asymptotische Potenzverhalten (jeweils durch dicke Striche angedeutet) ist in der kritischen Dynamik ($t \leq 10^{20}$) wesentlich kleiner als in der kritischen Statik ($t \leq 10^3$). Im experimentell zugänglichen Bereich ($t \geq 10^{-6}$) gilt die traditionelle dynamische Skalentheorie [1, 2] nicht.

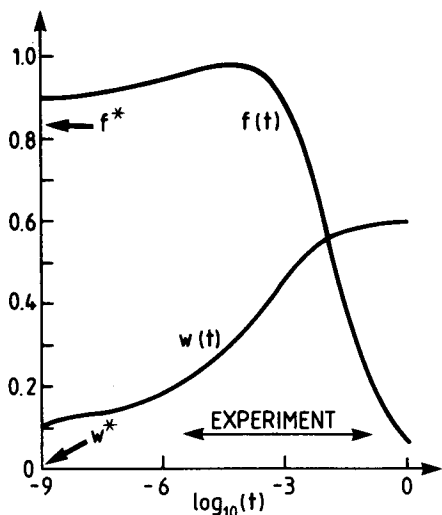


Bild 3: Effektive dynamische Parameter $w(t)$ und $f(t)$ als Funktion der relativen Temperatur t . Im experimentell zugänglichen Bereich sind die Parameter stark temperaturabhängig. Sie erreichen ihre materialunabhängigen Fixpunktwerte w^* und f^* erst im asymptotischen Bereich $t \leq 10^{-20}$ (vgl. untere Skala im Bild 2).

Korrekturen erforderlich. Der dominierende Korrekturterm wird ebenfalls durch ein Potenzgesetz mit einem universellen Exponenten x beschrieben:

$$\lambda = A R_\lambda t^{\nu(z-2)} [1 + Bt^x]. \quad (2)$$

Typischerweise sind B und x von der Größenordnung 1, so daß das asymptotische Gesetz (1) noch bis etwa $|t| \leq 10^{-3}$ gültig sein sollte.

Schlüssige experimentelle Untersuchungen von dynamischen kritischen Effekten lassen sich für $|t| < 10^{-3}$ praktisch nur in Flüssigkeiten durchführen, weil hier die in Festkörpern störenden Verzerrungen und Defekte keine Rolle spielen. Die ideale Testsubstanz ist ⁴He, weil hier sogar die sonst merklichen Gravitationseffekte wegfallen (sie koppeln nicht direkt an den Ordnungsparameter ψ). Ein weiterer Vorzug des λ -Überganges in ⁴He ist die Existenz einer ganzen Linie von kritischen Punkten $T_\lambda(P)$ (Bild 1). Da die universellen Größen druckunabhängig sein sollten, ist es möglich, die Universalitätsvorhersagen durch Druckänderung direkt nachzuprüfen. Während dieser Test für statische Größen im wesentlichen erfolgreich verlief, ergaben sich überraschenderweise für die dynamischen Größen qualitative Abweichungen vom erwarteten universellen Potenzverhalten [2]. Trotz der hohen Temporauflösung bis $t \sim 10^{-6}$ [3] wurde das Potenzgesetz (1) nicht bestätigt. Vielmehr fand man einen um 20 % zu großen Exponenten $\nu(2-z)$ und eine starke Druckabhängigkeit der als universell vorhergesagten Amplitude R_λ . Dieses Versagen der universellen Beschreibung durch ein Potenzgesetz sowie weitere Diskrepanzen mit Experimenten in der superfluiden Phase schienen ein gravierender Mißerfolg für die Theorie der kritischen Dynamik zu sein [2].

Asymptotische Theorie

Die dynamischen Gleichungen für den Ordnungsparameter ψ und die Entropiedichte m enthalten jeweils einen Dämpfungsterm mit den Dämpfungskonstanten Γ_ψ und Γ_m sowie einen Kopplungsterm der Stärke g . Mit diesen Größen lassen sich zwei dimensionslose Parameter

$$w = \frac{\Gamma_\psi}{\Gamma_m} \quad \text{und} \quad f = \frac{g^2}{\Gamma_\psi \Gamma_m} \quad (3)$$

definieren, die alle dynamischen Größen (wie z. B. die Wärmeleitfähigkeit oberhalb von T_λ oder die Dämpfung des 2. Schalls unterhalb von T_λ) charakterisie-

ren. Das asymptotische kritische Verhalten für $T \rightarrow T_\lambda$ wird durch materialunabhängige Fixpunktwerte w^* und f^* dieser Parameter bestimmt. Im Gegensatz zu früheren Theorien [2] zeigten genauere Untersuchungen [4], daß w^* und der Korrektorexponent x in (2) nicht von der Größenordnung 1, sondern sehr viel kleiner als 1 sind. Entgegen der traditionellen Skalentheorie [1, 2] ist sogar $w^* = 0$ möglich, was zwei verschiedene charakteristische Zeitskalen $\tau_\psi \gg \tau_m$ (mit zwei verschiedenen dynamischen kritischen Exponenten z_ψ und z_m) implizieren würde [4]. Eine wesentliche Konsequenz aus der Kleinheit von x ist das Schrumpfen des Gültigkeitsbereiches für das asymptotische Potenzgesetz (1) auf den unmeßbaren kleinen Temperaturbereich von etwa $t < 10^{-20}$ (Bild 2). Dies bedeutet, daß Korrekturterme im experimentell zugänglichen Bereich sehr wichtig sind [5].

Nichtasymptotische Theorie

Die Kleinheit des Korrektorexponenten x hat zur Folge, daß nicht nur der übliche Term t^x in (2), sondern viele zusätzliche Korrekturterme t^{nx} , $n = 2, 3, \dots$ im experimentell zugänglichen Bereich $t > 10^{-6}$ nötig wären, wodurch eine Potenzgesetzbeschreibung unbrauchbar wird. Eine angemessene Beschreibung läßt sich mit Hilfe der feldtheoretischen Formulierung der Renormierungsgruppentheorie durchführen, die das nichtasymptotische Verhalten im gesamten Temperaturbereich $0 \leq |t| \leq 10^{-1}$ erfaßt [6]. Dies geschieht durch effektive, d. h. temperaturabhängige dynamische Parameter $w(t), f(t)$ (Bild 3), die durch nichtlineare Differentialgleichungen

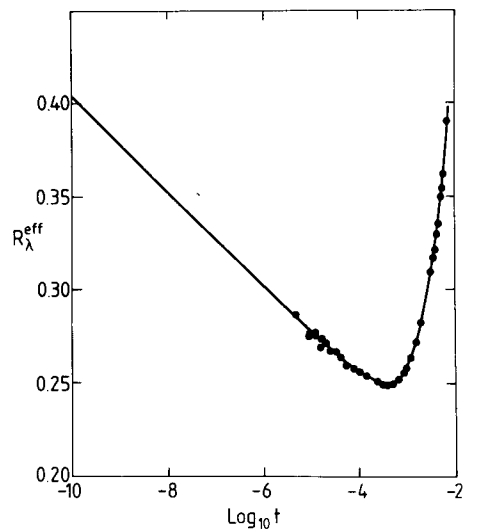


Bild 4: Vergleich zwischen berechneter (nach [6]) und gemessener (nach [8]) effektiven Amplitude R_λ^{eff} der Wärmeleitfähigkeit als Funktion des relativen Temperaturabstandes t (s. Gleichung 5).

$$l \frac{dw}{df} = \beta_w(w, f) \text{ und } l \frac{df}{dl} = \beta_f(w, f) \quad (4)$$

$l = t^{2/3}$ bestimmt sind Die Anfangsbedingungen $w(1), f(1)$ sind material- und druckabhängige Parameter im nichtkritischen Temperaturbereich, wohingegen die Fixpunktwerte $w^* = w(0)$ und $f^* = f(0)$ materialunabhängig sind. Der experimentell zugängliche Bereich $t > 10^{-6}$ wird sowohl von den universellen Fixpunkteigenschaften als auch von den nichtuniversellen Hintergrundeigenschaften beeinflusst, wie Bild 3 demonstriert. So ist $f(t) \approx f^*$ für $t < 10^{-3}$, während $w(t)$ für $t \geq 10^{-2}$ ungefähr mit $w(1)$ übereinstimmt.

Die verschiedenen physikalischen Größen lassen sich als Funktion der effektiven Parameter berechnen. So ergibt sich z. B. statt R_λ in (1) eine effektive Amplitude

$$R_\lambda^{\text{eff}}(t) \sim [w(t) \cdot f(t)]^{-1/2} \quad (5)$$

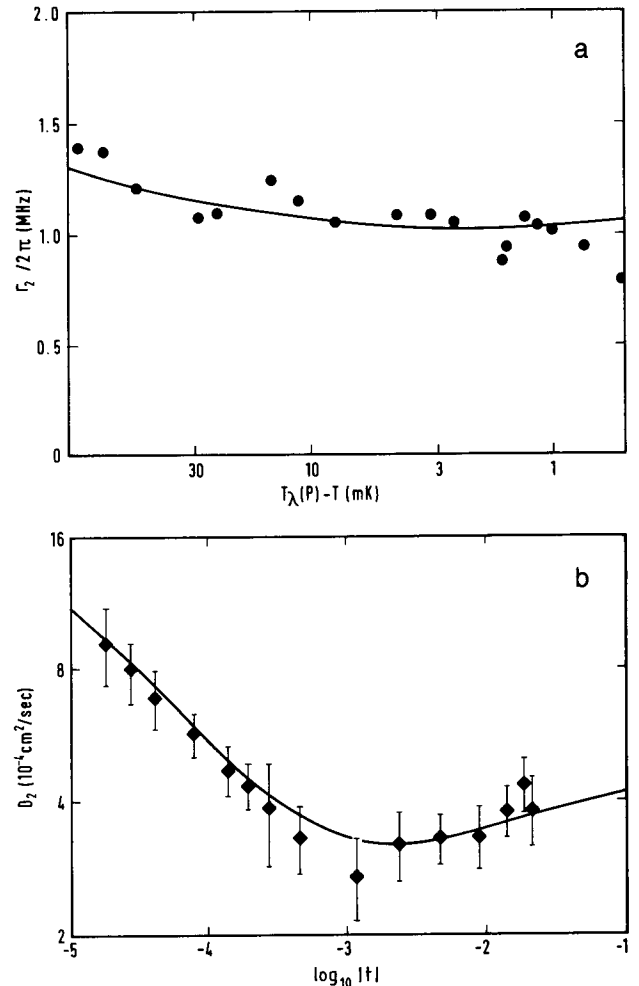
die nur für $t \rightarrow 0$ mit der universellen Amplitude R_λ identisch wird. Ebenso kann man die Dämpfung D_2 des 2. Schalls für $T < T_\lambda$ und die Halbwertsbreite T_2 des frequenzabhängigen Lichtstreupektrums als Funktion von w und f berechnen [6].

Vergleich mit Experimenten

Die nichtasymptotische Theorie ermöglicht die Aufklärung langjähriger Diskrepanzen zwischen den Vorhersagen der früheren Theorien [1, 2] und Messungen der Wärmeleitfähigkeit λ (Bild 4) und anderer Transportkoeffizienten (z. B. T_2 in Bild 5a). Insbesondere läßt sich mit ihr die kürzlich gemessene Temperaturabhängigkeit der Dämpfung D_2 des 2. Schalls [7] über vier Zehnerpotenzen von $|t|$ ohne anpaßbare Parameter beschreiben (Bild 5b). Die Temperaturabhängigkeit von R_λ^{eff} für $t < 10^{-4}$ (Bild 4) erklärt sich nunmehr zwanglos nach Gleichung (5) aus dem kleiner werdenden $w(t)$ (Bild 3). Interessant ist auch der starke Abfall der effektiven Kopplung $f(t)$ für $t > 10^{-3}$ (Bild 3). Dies erklärt die schwache Temperaturabhängigkeit von D_2 und T_2 weiter weg von T_λ (Bild 5), beide Größen sind proportional zu

$$f(|t|)^{-1/2} \cdot |t|^{-1/3} \quad (6)$$

Bild 5: Vergleich zwischen berechneten (nach [6]) und gemessenen Werten der Linienbreite T_2 des Lichtstreupektrums (a) und der Dämpfung D_2 des zweiten Schalls (b) als Funktion der Temperatur für $T < T_\lambda$ (s. Gleichung 6). (Meßwerte in 5a: nach [9]; in 5b: nach [7].)



im Gegensatz zum vorhergesagten Potenzgesetz [1, 2]

$$f^{*-1/2} \cdot |t|^{-1/3}$$

Die quantitative Übereinstimmung mit experimentellen Werten über insgesamt acht Zehnerpotenzen des relativen Temperaturabstands $|t|$ bedeutet einen Erfolg der nichtasymptotischen Renormierungstheorie. Diese Theorie ist auch für eine schlüssige Analyse anderer kritischer und multikritischer Phänomene in magnetischen Systemen und in $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischungen sehr wichtig.

Literatur

[1] Ferrell, R. A., Menyhárd, N., Schmidt, H., Schwabl, F. u. Szépfalusy, P., Ann. Phys. (N.Y.) **47**, 565 (1968).

[2] Hohenberg, P. C., u. Halperin, B. I., Rev. Mod. Phys. **49**, 435 (1977).
 [3] Ahlers, G., Rev. Mod. Phys. **52**, 49 (1980).
 [4] De Dominicis, C., u. Peliti, L., Phys. Rev. **B18**, 353 (1978); Dohm, V., Z. Phys. **B33**, 79 (1979).
 [5] Ferrell, R. A., u. Bhattacharjee, J. K., Phys. Rev. Lett. **42**, 1638 (1979).
 [6] Dohm, V., u. Folk, R., Phys. Rev. Lett. **46**, 349 (1981); Z. Phys. **B40**, 79 (1980); Z. Phys. **B41**, 251 (1981); Z. Phys. **B45**, 129 (1981).
 [7] Crooks, M. J., u. Robinson, B. J., Physica **107B**, 339 (1981); Robinson, B. J., u. Crooks, M. J., in Vorbereitung.
 [8] Ahlers, G., Hohenberg, P. C. u. Kornblit, A., Phys. Rev. Lett. **46**, 493 (1981).
 [9] Tarvin, J. A., Vidal, F. u. Greytak T. J., Phys. Rev. **B15**, 419 (1977).